B

DISZKRÉT MATEMATIKA 2011 január 06 csütörtök de. 8 órától (70 perc)

1. Megoldható-e az alábbi egyenletet a komplex számok körében (itt $\overline{z}$ a z komplex szám konjugáltját jelöli):
$$(z+\overline{z})^3 = 16 - 2i$$

2. Határozzuk meg az
$$f(x) = x^6 - 2x^5 - 3 \text{ és } g(x) = x^4 - 2x^3 - 3$$
polinomok legnagyobb közös osztóját.

3. Az $f(x) = x^7 - 8x$ polinomnak adjuk meg az irreducibilis tényezőkre való szorzattá alakítását $\mathbb{R}[x]$-ben és $\mathbb{C}[x]$-ben.

4. Adjuk meg az S_9-beli $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 8 & 2 & 1 & 9 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ permutáció inverzióit és transzpozíciók szorzataként való előállítását.

5. Létezik-e olyan S_7-beli π permutáció, amelyre
$$\pi^6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}?$$

6. Csoportot alkotnak-e az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmaz permutációi (azaz S_6) az $\alpha * \beta = \beta \circ \pi \circ \alpha$ módon értelmezett $*$ szorzásra nézve? A definícióban a β, π és α permutációk vannak összeszorozva, ahol $\alpha, \beta \in S_6$ és $\pi \in S_6$ az alábbi
$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Elméleti kérdések

E1) A halmazok uniójának és metszetének a műveleti tulajdonságai.
E2) Hogyan kell n-edik gyököt vonni egy komplex számból?
E3) A permutáció ciklusának a definíciója.
E4) A csoport definíciója.